6) $f(x)=\ln\left(\left|x^2+x-2\right|\right)$

f est dérivable si et seulement si $x^2+x-2\neq 0$

On a :

$x^2+x-2=0 \overset{a+b+c=0}{\Rightarrow} x=1$ ou $x=-2$

Donc f est dérivable sur $\mathbf{R}\setminus\{-2,1\}$ et :

$$f'(x)=\frac{2x+1}{x^2+x-2}$$

7) $f(x)=\ln\left|\cos x\right|$

f est dérivable si et seulement si

$\cos x\neq 0 \Rightarrow x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbf{Z}$

f est dérivable sur $\square\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbf{Z}\right\}$

et : $f'(x)=\frac{-\sin x}{\cos x}=-tgx$ donc

$f'(x)=-tgx$, $x\in\square\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbf{Z}\right\}$

8) $f(x)=\ln^2(2x+1)$

f est dérivable pour $2x+1>0$

$\Rightarrow f$ est dérivable sur $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$.

et $f'(x)=2.\frac{2}{2x+1}.\ln(2x+1)$

Donc $\forall x\in\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$

$f'(x)=\frac{4}{2x+1}.\ln(2x+1)$

9) $f(x)=\ln(\ln x)$. f est dérivable si et seulement si on a :

$\ln x>0\Rightarrow x>1$

$\Rightarrow f$ est dérivable sur $]1,+\infty[$ et on a :

$$f'(x)=\frac{(\ln x)'}{\ln x}=\frac{\frac{1}{x}}{\ln x}$$

Donc : $f'(x)=\frac{1}{x\ln x}$, $x>1$

10) $f(x)=\ln\left(\frac{x+1}{1-x}\right)$

Signe de $\frac{1+x}{1-x}$:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$\frac{1+x}{1-x}$		$-$	0	$+$	∥	$-$	

$\frac{1+x}{1-x}>0$ Donne $x\in\,]-1,1[$

f est dérivable sur $]-1,1[$ et $f'(x)=\frac{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)'}{\frac{1+x}{1-x}}$

Or $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)'=\frac{-1-1}{(1-x)^2}=\frac{-2}{(1-x)^2}$

Donc $f'(x)=\frac{\frac{-2}{(1-x)^2}}{\frac{1+x}{1-x}}=\frac{-2}{(1+x)(1-x)}=\frac{-2}{1-x^2}$

$\Rightarrow f'(x)=\frac{2}{x^2-1}$

11) $f(x)=\frac{x+\ln x}{x}$

f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et

$f'(x)=\frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)x-(x+\ln x)}{x^2}=\frac{x+1-x-\ln x}{x^2}$

$\Rightarrow f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$

12) $f(x)=x\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$

f est dérivable si et seulement si on a :

$x-1\neq 0$ et $x\neq 0$

f est dérivable si et seulement si $x\in\square^*\setminus\{1\}$

et on a : $f'(x)=\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|+x.\frac{\left(\frac{x-1}{x}\right)'}{\frac{x-1}{x}}$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn